平成２７年度　九州大学大学院総合理工学府
先端エネルギー理工学専攻　入学試験問題

専　門　科　目

注意

１．各解答用紙右上部の受験番号欄に受験番号を記入すること。

２．問題１～問題１８のうち３問を選んで解答すること。

３．３問の解答を問題ごとに、それぞれ別の解答用紙に書くこと。
その際、各解答用紙左上部に選択した問題番号を記入すること。
また、選択した問題番号を、解答用紙と別に配られる「専門科目選択番号票」に記入すること。

４．採点は解答用紙の表のみで行うので、紙面が足りない場合は追加解答用紙を請求すること。

５．途中までしか解答できなくても、中間段階までの結果を解答用紙に書いておくこと。

６．配点は各問題共５０点とする。

物　理　学

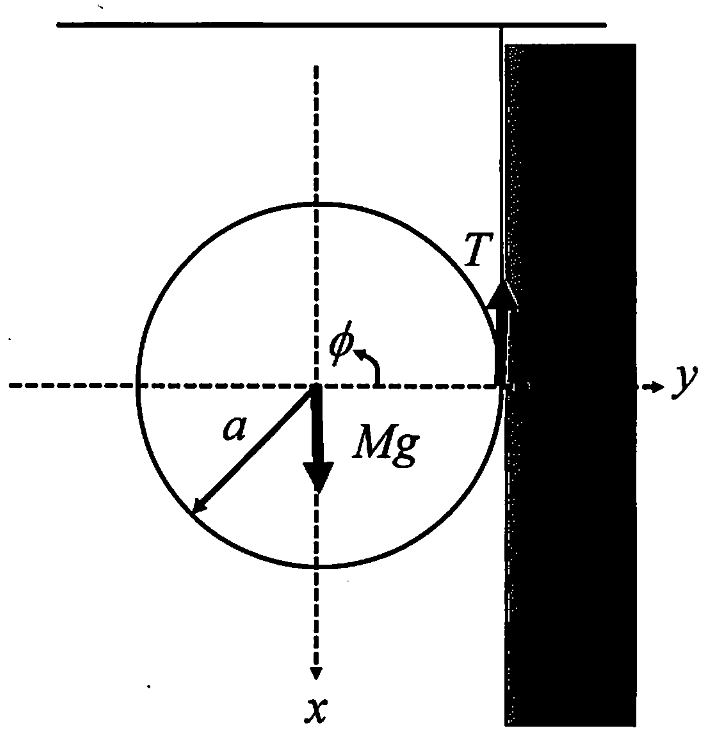
（問題１～問題５）

問題 1　一様で厚みのない円板（半径 a、質量 M ）の円周に沿って糸を巻き、その一端を固定して静止状態からゆっくり手を離した場合に円板が下図の xy 平面内を鉛直に落下する運動について以下の問に答えよ。ただし、糸は十分に軽くて細く、運動中は解けるだけで滑らないものとし、y 方向への運動は滑らかな壁で抑制されているものとする。鉛直下方向を x の正方向とし、手を離したときの円板の中心位置を $x=0$ 、時刻を $t=0$ として重力加速度の大きさを g とする。

（1）円の中心を通り円に垂直な軸の周りの円板の慣性モーメントを求めよ。

（2）円板の重心に対する運動方程式、及び回転運動の方程式を求めよ。ただし、糸の張力を T とし、円板の中心に対する回転角を ϕ とせよ。

（3）（2）の重心に対する運動方程式、及び回転運動の方程式を解き、円板の運動を自由落下運動と比較せよ。



問題 2　下図に示される以下の x 方向一次元ポテンシャル $U(x)$ を考える。

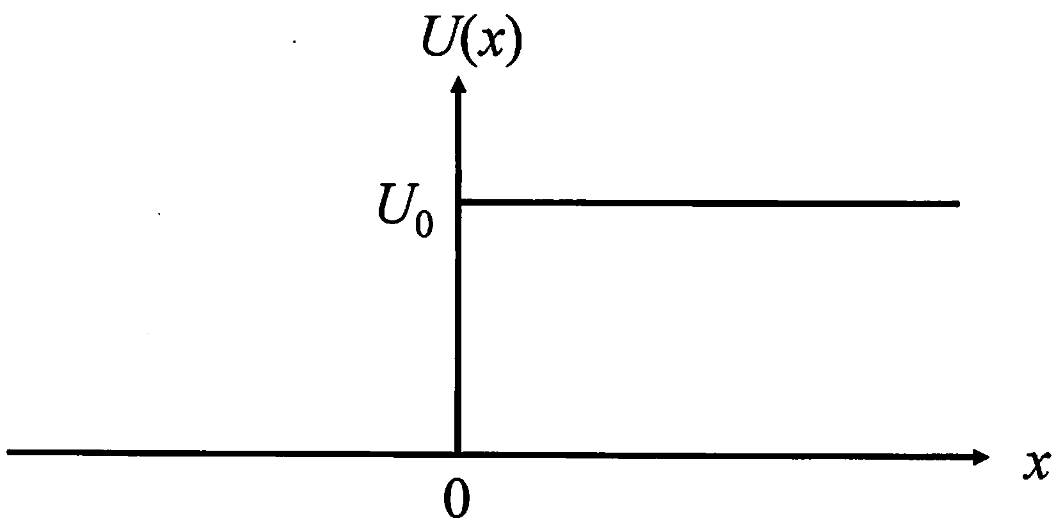
$$U(x)=\begin{cases} 0 & (x<0) \\ U_0 & (0 \leq x < \infty) \end{cases}$$

ここで、U_0 は正とする。質量 m の粒子が x 座標の負の領域から原点に向かって入射される場合の波動関数 φ について以下の問に答えよ。ここで、換算プランク定数を $\hbar$ とする。

（1）粒子のエネルギー E を用いて、一次元のシュレディンガー方程式を表せ。

（2）粒子のエネルギー E がポテンシャル U_0 より小さい場合（ $E<U_0$ ）について、粒子が反射する確率 R、透過する確率 T、その和（ $R+T$ ）を求めよ。

（3）（2）の場合、$x \geq 0$ の領域に粒子が存在する確率密度を x の関数で表し、$\hbar \to 0$ の時に確率密度がゼロに漸近することを示せ。



問題 3　定常状態における電磁場のエネルギー密度の保存則

$$\vec{j}\cdot\vec{E}+\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)=0 \qquad ①$$

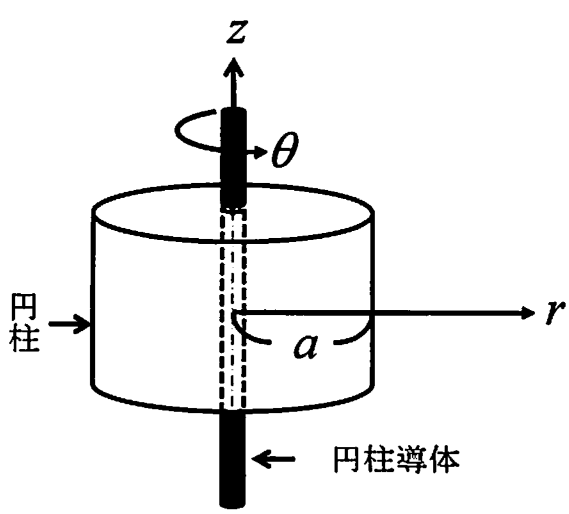
に関する以下の問に答えよ。ここで、 $\vec{j}$ 、$\vec{E}$、$\vec{H}$ は各々電流密度、電場、磁場を表し、第2項はポインティングベクトル $\vec{E}\times\vec{H}$ （エネルギー流束密度）の発散を表す。下図に示すように、円柱座標 (r, θ, z) の z 軸を中心軸とする無限に長い円柱導体を考える。

（1）電流密度 $\vec{j}$ 、電場 $\vec{E}$ それぞれの次元を示し、$\vec{j}\cdot\vec{E}$ がどのような物理量に対応しているか述べよ。

（2）この導体の単位長当たりの抵抗を R とし、電流 I が流れている時、周りの空間に一様電場 $\vec{E}=(0, 0, E_z)$ が発生している。E_z を R と I で表せ。

（3）（2）の場合に、導体の周りには磁場 $\vec{H}=(H_r, H_\theta, H_z)$ ができている。図に示すような、導体を囲む半径 $r=a$ なる円柱表面における磁場の各成分を計算せよ。

（4）（2）、（3）の場合に、半径 a 、長さが単位長の円柱領域で①式を体積積分し、円柱表面を通過するポインティングベクトルの表面積分が導体中の発熱パワーと釣り合うことを示せ。ただし、第2項の体積積分はガウスの発散定理を用いて表面積分にせよ。ここで面積分では面ベクトルは外向きを正にとること。



問題 4　古典理想気体粒子の統計分布に関連して、以下の問に答えよ。閉じた系の位相空間における j 番目の状態にある粒子数を N_j 、全粒子数を $N=\sum N_j$ とする。ここで、$\sum$ は j についての和を表し、N は定数である。以下、位相空間における位置 x、y、z、運動量 p_x、p_y、p_z、プランク定数 h を用いて、j 番目の位相空間における規格化微小体積を $g_j=(\Delta x\Delta y\Delta z\Delta p_x\Delta p_y\Delta p_z/h^3)_j$ と表す。また、log は自然対数を表すものとする。

（1）位相空間における粒子の状態数 W を N_j と g_j を用いて表せ。

（2）$\log W \cong N\log N+\sum N_j \log(g_j/N_j)$ を導け。　$N! \cong N^N \exp(-N)$　$(N>>1)$ を用いよ。

（3）j 番目の状態のエネルギーを ε_j とし、全エネルギーを $E=\sum N_j\varepsilon_j$ とする。ここで、E は定数である。ラグランジュの未定乗数法を用いて、$\log W$ を最大にする統計分布 N_j を求めよ。但し、N_j の変分 δN_j に対して、$\log W$ の変分 $\delta(\log W)$ が変化しないことを利用せよ。

問題 5　屈折率 $n\,(>1)$ の媒質中を一定の速度 $\vec{u}$ で動く荷電粒子が、ある時刻に振動数 ν の光を放出した。ただし、荷電粒子の速さ u は、媒質中の光の速さ c' より大きく、$u>c'$ とする。放射前の粒子のエネルギーを E_1 、運動量ベクトルを $\vec{p}_1$ 、放射後の粒子のエネルギーを E_2 、運動量ベクトルを $\vec{p}_2$ 、光放出前の速度 $\vec{u}$ の方向と光が放出される方向のなす角を θ とする。なお、真空中の光の速さを c 、プランク定数を h とする。以下の問に答えよ。

（1）この光の放射を何と呼ぶか。

（2）c' を n と c を用いて表せ。

（3）荷電粒子の光の放出前後のエネルギー保存則、運動量保存則を、E_1 、$\vec{p}_1$ 、E_2 、$\vec{p}_2$ 、ν 、及び θ を用いて表せ。

（4）角度 θ と ν の関係が以下の式で表せることを示せ。ここで、荷電粒子のエネルギー E が、粒子の静止質量 m と運動量 p を用いて、$E^2=m^2c^4+p^2c^2$ と表されることを利用せよ。

$$\cos\theta=\frac{c}{un}\left(1+\frac{h\nu}{2E_1}\left(n^2-1\right)\right)$$

化学・化学工学

（問題６～問題８）

問題 6　解離平衡について、以下の問に答えよ。

（1）酸 HA が水に溶け A^- となり、次式の平衡が成り立っているとする。

$$HA(aq) + H_2O(l) \Leftrightarrow H_3O^+(aq) + A^-(aq)$$

酸が希薄で理想的と見なせる場合について、酸のイオン化定数（酸解離定数）K_a の式をそれぞれの成分の濃度を用いて記せ。ただし、成分 X の濃度は[X]のように表記せよ。

（2）水のイオン化平衡は下式で表され、pH が定義される。

$$2\,H_2O(l) \Leftrightarrow H_3O^+(aq) + OH^-(aq)、\quad pH = -\log_{10}[H_3O^+]$$

酸 HA が水に溶けた時の溶液の pH と pK_a および酸 HA の濃度[HA]の関係を求めよ。

ここで、$pK_a = -\log_{10} K_a$ であり、水温は 25℃とする。

（3）0.01M の 1 価の弱酸の pH を求めよ。ただし、$K_a = 10^{-5}$ M とする。

（4）0.01M の 1 価の強酸の pH を求めよ。

問題 7　以下の式で表される並行反応において、時刻 t におけるそれぞれの成分の濃度 $[A(t)]$、$[X(t)]$、$[Y(t)]$を求めよ。

$$A \xrightarrow{k_X} X$$

$$A \xrightarrow{k_Y} Y$$

ただし、反応は一次で、それぞれの速度定数を k_X、k_Y、初期濃度を、$[A(0)]=A_0$、$[X(0)] = 0$、$[Y(0)] = 0$ とする。解答には結果だけでなく、計算の過程も記すこと。

問題 8　断熱型反応容器を用いてエタノールから次の反応式に従ってアセトアルデヒドを製造する。

$$C_2H_5OH \rightarrow CH_3CHO + H_2$$

エタノールは 325 ℃で反応容器に供給され、エタノールの転化率が 40%で、上記反応過程が定常状態に達しているとするとき、以下の問に答えよ。ここで、各成分の 25 ℃での標準生成熱 ΔH_f [kJ mol^{-1}]と平均定圧モル比熱 C_p [kJ mol^{-1}K^{-1}] は次のように与えられる。

C_2H_5OH（gas）：　ΔH_f = -240 kJ mol^{-1}、C_p = 0.10 kJ mol^{-1}K^{-1}

CH_3CHO（gas）：　ΔH_f = -170 kJ mol^{-1}、C_p = 0.08 kJ mol^{-1}K^{-1}

H_2（gas）：　ΔH_f = 0 kJ mol^{-1}、C_p = 0.03 kJ mol^{-1}K^{-1}

（1）反応容器入口でのエタノールの流量を 100 mol h^{-1} とするとき、反応器での物質収支表を完成させたい。(a) ～ (f) の数値を答えよ。なお、変化量は、増加の場合には正、減少の場合には負とする。

成分	流入量 [mol h^{-1}]	変化量 [mol h^{-1}]	流出量 [mol h^{-1}]
C_2H_5OH	100	(a)	(b)
CH_3CHO	0	(c)	(d)
H_2	0	(e)	(f)

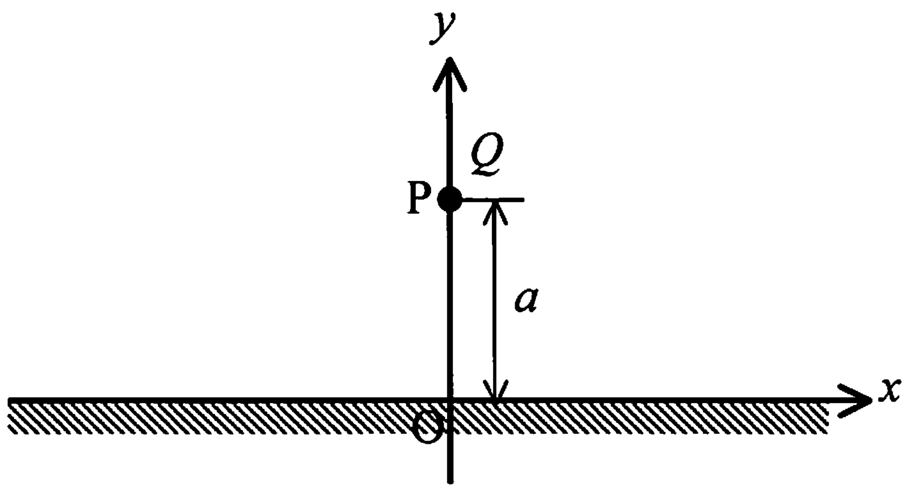
（2）反応器出口でのガス温度が t [℃]のとき、反応器入口および反応器出口でのガスのエンタルピー ΔH_1 [kJ h^{-1}] および ΔH_2 [kJ h^{-1}]を求めよ。

（3）反応器出口でのガス温度の値を求めよ。

電気・電子工学

（問題９～問題１２）

問題 9　無限に広い接地された平面導体がある。この導体表面から距離 a 離れた点 P に点正電荷 Q を置いた。以下の問に答えよ。但し、導体の外部は真空とし、真空の誘電率は ε_0 とする。



（1）電気力線を図示せよ。特に導体表面において電気力線はどのように振る舞うか述べよ。

（2）導体の内部と外部における電位を x、y の関数として求めよ。

（3）導体表面に誘導される表面電荷密度を求めよ。

（4）点電荷に働く力を求めよ。

（5）（1）において、導体ではなく、浮遊した無限平面誘電体が静電場中に置かれた場合を考える。誘電体の誘電率を ε とし誘電体中に真電荷はないものとする。この時、誘電体表面で電場及び電束密度が満たす条件を示せ。

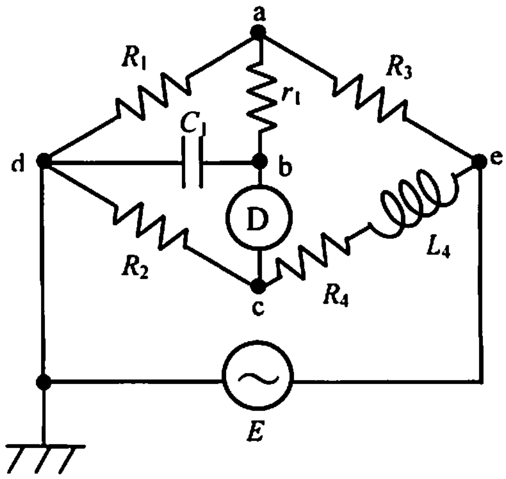
（6）（5）の場合について、誘電体内部及び外部の電気力線を図示せよ。

問題　１０　抵抗 R_1 ～ R_4 および r_1、コンデンサ C_1、インダクタ L_4 からなるアンダーソンのブリッジ回路がある。交流電圧 $E = E_0\cos\omega t$ を下図のように印加する。検流計 D を流れる電流がゼロとなるとき、回路は平衡である。この回路の平衡条件を以下の問に従って求めよ。

（１）検流計 D を流れる電流がゼロであるとき、R_1、r_1、C_1 が構成する節点 ad 間のインピーダンスを求めよ。

（２）（１）の場合に、節点 a、b、c の電位 V_a、V_b、V_c をそれぞれ求めよ。

（３）この回路の平衡条件を求めよ。

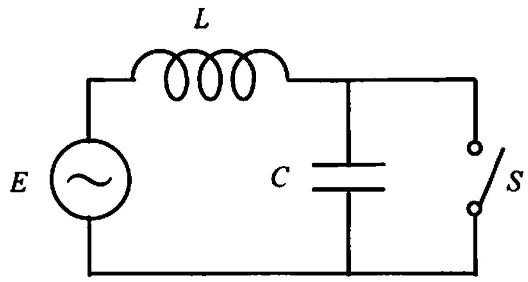


問題 １１　コンデンサ C、インダクタ L およびスイッチ S からなる下図の回路において、S を閉じた状態で交流電圧 $E = E_0 \cos\omega t$ を印加し、十分時間が経過した。その後、$E = E_0$ となった瞬時に S を開いた。以下の問に答えよ。

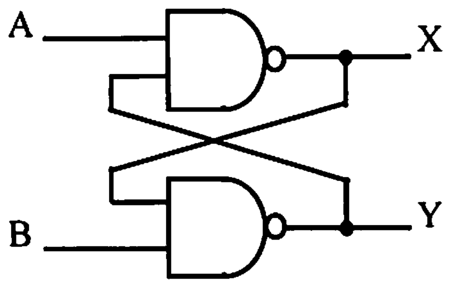
（１）S を閉じて十分時間が経過したとき、回路に流れる電流を i_0 として回路の電圧方程式を書け。また、回路の電流を i として、S を開いたときの回路の電圧方程式を書け。

（２）S を開いたとき、回路に流れる電流 i を求めよ。ここで、S を開いた瞬時に $di_0/dt = di/dt$ が成り立つ。

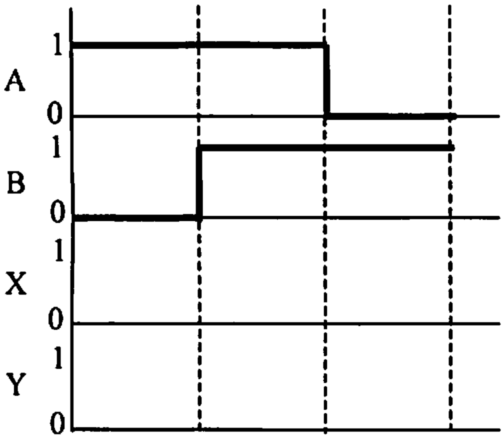
（３）（２）の場合に、コンデンサ C の両端の電圧を求めよ。



問題　１２　フリップフロップ回路に関して、以下の問に答えよ。



回路構成



タイムチャート

図 1

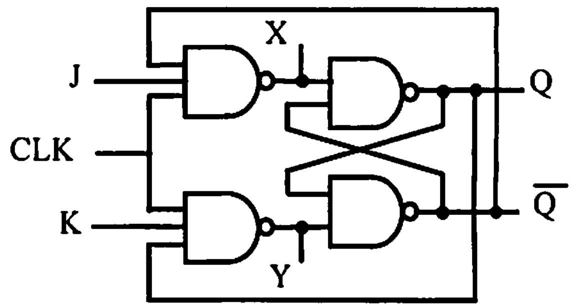


図 2

（１）図 1 に示すフリップフロップ回路について、入力 A、B に対する出力 X、Y のタイムチャートを完成させよ。

（２）（１）において、A=0、B=0 とした場合の X、Y の動作を説明せよ。

（３）図 2 に示す JK フリップフロップ回路について、J=0、K=0 及び J=1、K=1 の場合の動作を直前の Q の値で場合分けして説明せよ。ここで X、Y は初段の NAND 回路からの出力を、CLK はクロックを意味する。

（４） JK フリップフロップ回路を用いて、クロックの周期を 2 倍にする 2 分周器を設計し、回路図とタイムチャートを示せ。但し、回路図において、電源電圧は V_{cc} とする。

（５）以下のどれか一つについて 100 字程度で説明せよ。

i) フリップフロップ回路の応用例

ii) RS フリップフロップ、JK フリップフロップ以外のフリップフロップ方式

iii) プリセットとクリア

材　料　科　学

（問題１３～問題１５）

問題　１３　NaCl に関して以下の問に答えよ。

（１）NaCl の結晶構造を描け。

（２）NaCl のショットキー欠陥とはどのような欠陥か簡単に文章で説明せよ。

（３）NaCl のショットキー欠陥を描け。但し、２次元的に描いて構わない。

（４）NaCl は高温でショットキー欠陥によってイオン導電性を示す。以下の物質を少量固溶させたとき、それぞれのイオン伝導度はどのように変化すると考えられるか。各添加物質について変化の理由も合わせて記せ。但し、各物質とも置換固溶しているとする。

(a)　KCl　(b)　$CdCl_2$　(c)　Na_2O

問題　１４　シリコン半導体のｐ－ｎ接合、光起電力および太陽電池について以下の問に答えよ。

（１）p 形半導体と n 形半導体の接合前のエネルギー帯図（禁制帯、伝導帯、価電子帯）を描け。ただし、それぞれフェルミ準位を明記すること。

（２）p － n 接合後のエネルギー帯図を描け。フェルミ準位も明記すること。

（３）p － n 接合に可視光線が入射すると起電力が生じる。この光起電力の原理を説明せよ。

（４）p － n 接合を、負荷抵抗をもつ回路につなげば光電流を取り出すことができ、太陽電池として利用できる。太陽光程度の強さをもつ可視光線を照射しているシリコン製太陽電池に、負荷可変の抵抗をつなぎ抵抗値をゼロから無限大まで変えた。この時に得られる電流値 I と電圧値 V の関係を図示せよ。また、抵抗値がゼロの時の電流値 I_0、および、抵抗値が無限大の時の電圧値 V_∞はそれぞれ何と呼ばれるか。図中にその名称を記入せよ。

（５）（４）において、太陽光程度の強さをもつ可視光線をシリコン製太陽電池に照射し、その強度を 1/2 倍に、次に 2 倍にした。このとき、I_0 と V_∞はそれぞれどのように変化するか答えよ。

問題　１５　軟鋼の降伏現象と転位の性質に関して以下の問に答えよ。

（１）引張試験の結果得られる応力・歪曲線から降伏現象を説明せよ。

（２）軟鋼（多結晶）に対して引張試験を実施した結果、上降伏点と下降伏点の２つの降伏点が観察される。これはなぜか。

（３）転位密度の測定方法を１つ挙げ、これを説明せよ。

（４）転位には２つの代表的な種類があるがそれぞれ何と呼ばれているか。また、それぞれの転位は、バーガースベクトルを用いてどのように定義されるか。これを適当な図を用いて説明せよ。

機械・エネルギー工学

（問題１６～問題１８）

問題 １６　気体を充填した風船を考える。この風船は自由に形を変えることができ、密封されているため外部とのガスの移動はなく、風船内部の圧力は外部の圧力と同じとなる。初期状態での温度、圧力および体積をそれぞれ T_0、 P_0、 V_0 とする。ただし風船内の気体は理想気体とし、その気体の比熱比を κ とし、風船そのものは気体に仕事をしないとする。また気体定数を R とせよ。

（１） 周囲の圧力を P_0 から P_1 に等エントロピー変化させた。変化後の体積 V_1 およびこの変化に伴う風船内の気体のエントロピーの変化を求めよ。

（２） （１）のときに外部になす仕事 W_{01} および外部から得る熱量 Q_{01} を求めよ。

（３） 次に周囲の圧力を P_1 から P_0 に等温変化で戻した。変化後の体積 V_2 およびこの変化に伴う風船内の気体のエントロピーの変化を求めよ。

（４） （３）のときに外部になす仕事 W_{12} および外部から得る熱量 Q_{12} を求めよ。

（５） 初期状態にある風船と（３）の操作後の風船を外部の圧力 P_0 の環境下で接続した。接続後の風船の体積を V_3 とする。V_3 を用いて接続されて一つとなった風船の中の気体がした仕事 W_3 を求めよ。

（６） （５）の操作後の風船の中の気体の温度 T_3 および体積 V_3 を求めよ。ただし、風船の中の気体と外部との熱のやりとりはなく、混合による反応も起きないとする。

問題 １７ 熱伝導に関する以下の問に答えよ。ふく射の効果は無視する。

（１）内半径 R_1、外半径 R_2 で長さが十分に長い固体円筒壁があり、R_1 位置面と R_2 位置面の温度がそれぞれ T_1、T_2 に固定されている。定常状態における円筒壁内の半径方向温度を中心からの距離 r の関数として求めよ。また R_2 位置面から放出される熱流束 q_1 を求めよ。固体円筒壁の熱伝導度を k_1 とする。

（２）（１）の円筒壁の外側に熱伝導度 k_2 の断熱材を厚さ δ だけ巻く。円筒壁内側の R_1 位置の温度はそのまま T_1 で、R_2 位置の温度が T_2' に変化し、断熱材外側表面温度が T_3 となった。断熱材外表面から放出される定常状態熱流束 q_2 を求めよ。

（３）（１）（２）の結果から T_2' を消去し、q_2 を T_1、T_3、R_1、R_2、δ、k_1、k_2 の関数として求めよ。

（４）（１）の固体円筒壁（熱伝導度 k_1、内半径 R_1、外半径 R_2）を、異なった材質の二種類の断熱材（熱伝導度はそれぞれ k_2、k_3）で順に内側から巻く。それぞれの断熱材の厚みが δ_1、δ_2 であり、R_1 位置面の温度を T_1 に、最も外側の表面温度を T_4 に固定するとき、外表面から放出される熱流束 q_3 を（３）の結果を応用し求めよ。

問題 １８　下図に示すように水平に置かれた半径r_1の一様な管の先に長さlのノズル(出口半径: r_2 ）がつけられて、管の中から空気が大気中(圧力：p_0)に放出されている。流れは、管に沿って流れる、密度 ρ が一定の非圧縮、非粘性、かつ断熱の準一次元定常流とする。以下の問に答えよ。

（1） ノズル入口での速度をv_1、ノズル出口での速度v_2 として、v_1をr_1、r_2、v_2 ($r_1>r_2$) を用いて表せ。ただし、ノズルの長さは半径に対して十分長く、r_1とr_2の比は数倍程度である。

（2） ノズルの前後の圧力差 $\Delta p=p_1-p_0$ を ρ、v_2、r_1、r_2 を用いて表せ。

（3） 検査体積に作用する外力は検査面の運動量の変化に等しいとする運動量保存則を適用して、ノズルに働く力Fの大きさと方向を求めよ。

（4） ノズルの壁に働く圧力を積分して、ノズルに働く力Fを求めよ。