平成２６年度　九州大学大学院総合理工学府
先端エネルギー理工学専攻　入学試験問題

専　門　科　目

注意

１．各解答用紙右上部の受験番号欄に受験番号を記入すること。

２．問題１～問題１８のうち３問を選んで解答すること。

３．３問の解答を問題ごとに、それぞれ別の解答用紙に書くこと。
その際、各解答用紙左上部に選択した問題番号を記入すること。
また、選択した問題番号を、解答用紙と別に配られる「専門科目選択番号票」に記入すること。

４．採点は解答用紙の表のみで行うので、紙面が足りない場合は追加解答用紙を請求すること。

５．途中までしか解答できなくても、中間段階までの結果を解答用紙に書いておくこと。

６．配点は各問題共５０点とする。

物　理　学

（問題１～問題５）

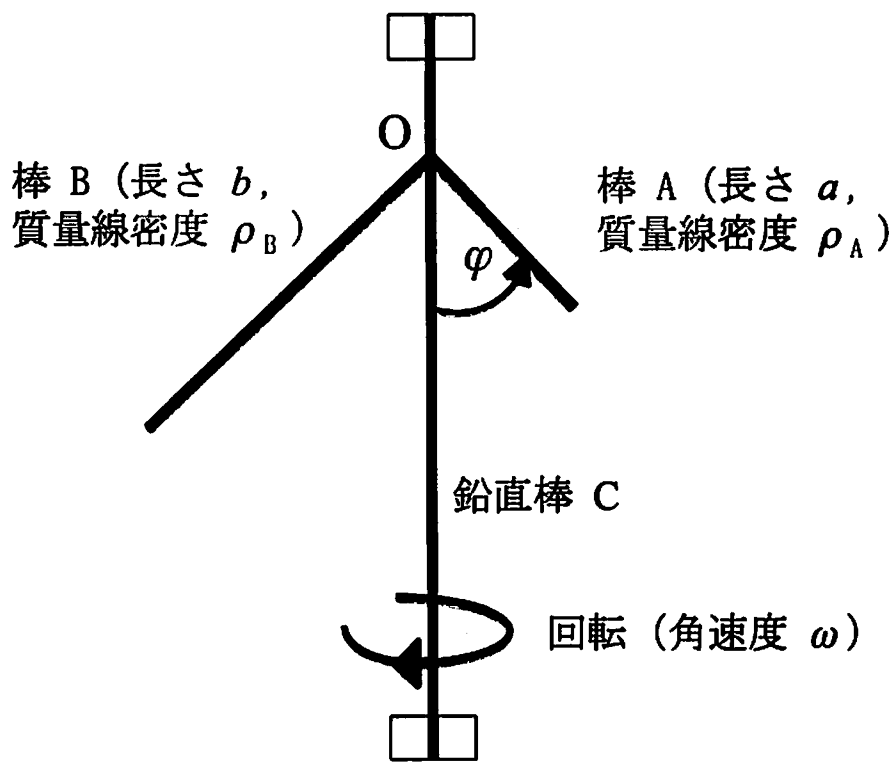
問題　1　下図に示されるように、真っ直ぐな２本の棒 A、B が先端で直角につながれ、O 点でその頂点が鉛直棒 C に固定されている。但し、棒 A、B は直角につながれたまま、棒 A、B と同一平面にある棒 C と、φ 方向に運動できるものとする。棒 A、B の長さを a、b　($a<b$)とする。棒 A、B の質量線密度は一様で、それぞれ ρ_A、ρ_B とし、重力加速度を g とする。以下の問に答えよ。

（1）　$\varphi = 30$ 度で静止する場合の質量線密度 ρ_A、ρ_B の関係を示せ。

（2）　鉛直棒 C を軸として一定の角速度 ω で回転する場合、棒 A, B に働く遠心力の O 点に関する角度 φ 方向モーメントを、それぞれ φ の関数として示せ。

（3）　（2）のように回転しているとき、一定の角速度 ω を角度 φ の関数として示せ。

（4）　（2）のように回転しているとき、角度 φ の取り得る範囲を示せ。ここで $\rho_A = \rho_B$ とし、φ は0から 180 度の間にあるものとする。



問題 2　水素原子のシュレディンガー方程式に関する以下の問に答えよ。

（1）　水素原子中の電子が従うシュレディンガー方程式を書け。ここで電子の質量と電荷をそれぞれ m_e と e、プランク定数を h、真空の誘電率を ε_0、エネルギーの固有値を E とする。

（2）　水素原子の電子の基底状態の波動関数 $\phi_e(r)$ は球対称な関数である。その方程式を極座標表示で示せ。極座標上で球対称なラプラシアンは $\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)$ と書ける。

（3）　波動関数 $\phi_e(r) = A\exp(-r/a)$ は（2）で求めた球対称なシュレディンガー方程式の解であることを用いて、a の値と基底状態のエネルギーを求めよ。ここで A は規格化定数である。

（4）　規格化定数 A の値を決定し、基底状態の電子を半径 r から $r+dr$ までの球殻に見いだす確率密度を r の関数として求め、図示せよ。最も電子が存在する確率の高い球殻の半径を求めよ。

問題 3 電荷が有限空間に電荷密度 ρ で分布しているとき、静電エネルギー U についての以下の問に答えよ。真空中の誘電率を ε_0 とせよ。

（1）電位 ϕ を用いて静電場のエネルギーは電荷の存在領域を含めた体積積分により

$$U = \frac{1}{2}\int \rho\varphi \, dV \qquad ①$$

と書ける。

電場 $\vec{E}$ と ϕ、電束密度 $\vec{D}$ と ρ の関係を使い、部分積分により①式を変形し、

$$U = \frac{1}{2}\int \vec{E}\cdot\vec{D}dV \qquad ②$$

となることを導け。導出にあたって用いた境界条件について記述せよ。

（2）半径 a の球の表面に電荷 q が一様に分布している。表面の電位を計算し、①式を用いて静電エネルギーを計算せよ。

（3）（2）と同じ条件で $\vec{E}$ および $\vec{D}$ を算出し、②式を用いて静電エネルギーを計算せよ。

問題 4　統計力学に関する以下の問に答えよ。

（1）　ヘルムホルツの自由エネルギーをエネルギー、エントロピー、温度で表しなさい。自由エネルギー、エネルギー、エントロピー、温度をそれぞれ F、E、S、T とする。

（2）　光子気体の自由エネルギー $F=-\dfrac{4\sigma}{3c}VT^4$ と表せることを用いて、光子気体のエントロピーと圧力 p を求めなさい。V、σ および c は体積、ステファン・ボルツマン定数および光速である。

（3）　（1）、（2）の結果を用いて、光子気体の状態方程式が $pV=E/3$ となることを証明しなさい。

問題 5　衝突前には静止していた電子と入射光子との衝突について以下の問に答えよ。ただし、数値を解答する際には有効数字２桁で答えよ。また、電子の運動は古典的に扱ってよい。

（１）入射光子に対して光子がθの角度に散乱され、電子がϕの角度に散乱されたとする。入射光子、散乱光子および反跳電子からなる系のエネルギー保存則と運動量保存則を記述せよ。ただし、入射光子のエネルギーと散乱光子のエネルギーをそれぞれ$h\nu$および$h\nu'$、反跳電子の質量および運動量をそれぞれmおよびp'とする。

（２）電子と入射光子とが衝突し、反跳電子が 30 [keV]の運動エネルギーを得たとする。衝突後の光子と電子の散乱角度をそれぞれ$\theta = \pi$および$\phi = 0$とするとき、反跳電子の運動量はいくらか。ただし、光速を$c = 2.99 \times 10^{8}$ [m/s]、プランク定数を$h = 6.626 \times 10^{-34}$ [Js]、電子の質量を$m = 9.11 \times 10^{-31}$ [kg]、1 [eV] = 1.602×10^{-19} [J]とする。

（３）（２）の場合、散乱光子のエネルギーはいくらになるか。

化学・化学工学

（問題６～問題８）

問題 6　1モル当たりのファンデルワールスの式①で表される気体について、以下の問に答えよ。

$$(p+\frac{a}{V^2})(V-b)=RT \qquad ①$$

ただし、p は圧力、V は体積、T は絶対温度、R は気体定数、a、b は気体固有の定数である。

（1）a、b は、それぞれどのような意味を持つ定数か簡単に説明せよ。

（2）臨界温度を T_c とする。この気体の p–V の関係を (i) $T_1>T_c$、(ii) $T_2=T_c$、(iii) $T_3<T_c$ の3つの温度について p–V 図（横軸 V、縦軸 p）上に描け。

（3）（2）の図の中に、温度 $T_3<T_c$ について気相、液相、二相混合領域を示せ。

（4）臨界点における温度 T_c、圧力 p_c、体積 V_c を a、b および R を用いて表せ。結果だけでなく、計算の途中も記述すること。

（5）気体の圧縮因子 Z は、実測された気体の体積 V_m を用いて下記の式②で定義され、H_2 と CH_4 では図1のような圧力変化をする。表1の H_2 と CH_4 の定数 a、b の値を参考に、2気体の Z の圧力変化の違いを説明せよ。

$$Z=pV_m/RT \qquad ②$$

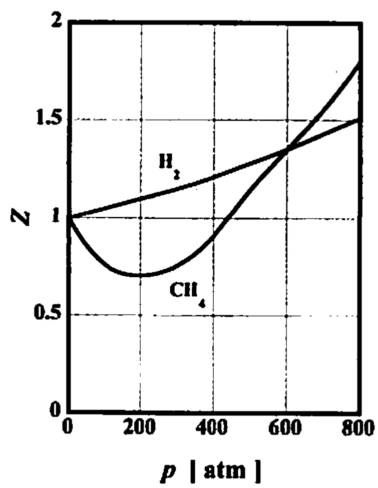


図1　H_2 と CH_4 の圧縮因子 Z

表1

気体	a [atm dm^6 mol^{-2}]	b [dm^3 mol^{-1}]
H_2	0.242	0.0265
CH_4	2.27	0.043

問題 7　石炭のガス化に関与する次の反応について考える。

$$CO_2(g)+C(s)\leftrightarrow 2CO(g)$$

式中(　)内の g は気体、s は固体を示す。平衡定数を K とする。

（1）ヘスの法則について簡単に説明せよ。

（2）COの標準生成熱を 111 [kJ/mol]、標準燃焼熱を 283 [kJ/mol]とする。上記反応の標準反応熱を求めよ。

（3）反応の開始段階に存在した任意の反応物質の量のうち、反応によって生成物に転化した量の割合を転化率と呼ぶ。CO_2 とCOの気相モル分率 y_{CO_2}、y_{CO} を CO_2 の転化率 x_{CO_2} の関数として示せ。

（4）平衡定数 K を転化率 x_{CO_2} と全圧 P_T を用いて示せ。固体の活量は 1 とみなしてよい。

（5）COの生成を促進するためには、全圧は高い方が有利か、低い方が有利か。理由も含めて答えよ。

問題 8　下に示す並列反応を回分反応器で行う。なお、反応時間中に反応混合物体積は変化しないものとする。

$$A \rightarrow 2R \qquad r_1 = k_1 C_A$$

$$A \rightarrow S \qquad r_2 = k_2 C_A$$

ここで、r_1、r_2は反応速度、k_1、k_2は反応速度定数、C_Aは成分Aの濃度である。以下の問に答えよ。

（1）成分Rの濃度をC_Rとする。成分Aと成分Rについて、濃度の時間変化dC_A/dt、dC_R/dtを表す式を示せ。

（2）成分Aの初期濃度を$C_{A,0}$とするとき、$C_A/C_{A,0}$を時間tの関数として示せ。

（3）成分Rの初期濃度を$C_{R,0}$とする。反応開始時に存在したAの中で、Rに転化したAの割合をRのAに対する収率Y_Rと定義し、次式で表す。

$$Y_R = \frac{C_R - C_{R,0}}{2C_{A,0}}$$

Y_Rを時間tの関数として示せ。

（4）反応によって消失したAの中で、Rに転化したAの割合を選択率S_Rと定義し、次式で表す。

$$S_R = \frac{C_R - C_{R,0}}{2(C_{A,0} - C_A)}$$

S_Rをk_1およびk_2を用いて示せ。

電気・電子工学

（問題９～問題１２）

問題 9　以下の空欄を埋めよ。

（1）ソレノイドの自己インダクタンスは巻数をn、断面積をS[m^2]、透磁率をμ[H/m]、長さをL[m]、長岡係数を1とすると$\boxed{\ a\ }$[H]と表される。

（2）結合係数が1となるようにインダクタンスLの2個のコイルを接近して直列につないだときの合成インダクタンスは$\boxed{\ b\ }$[H]と表される。

（3）円形断面を持つ導体に高周波電流が流れるとき、電流の時間変化により$\boxed{\ c\ }$が変化するので起電力が生じる。この起電力は中心部が大きく、方向は$\boxed{\ d\ }$であるから中心部ほど電流が流れ難くなる。すなわち中心部ほど電流密度が小さくなり、周辺部の方が大きくなる。この現象を$\boxed{\ e\ }$と呼ぶ。

（4）容量がC_1[F]、C_2[F]の2個のコンデンサーにそれぞれ電荷Q_1[C]、Q_2[C]を蓄えたとする。それぞれのコンデンサーのエネルギーは$\boxed{\ f\ }$[J]、$\boxed{\ g\ }$[J]である。この2個のコンデンサーを並列につなげるとエネルギーは$\boxed{\ h\ }$[J]に減少する。このときのエネルギー差は$\boxed{\ i\ }$[J]となり外部に放出される。

（5）平行平板コンデンサーの間にガラスを挿入する。コンデンサーの両極に異符号の電荷を与えると、両極間に発生する電場による$\boxed{\ j\ }$によってガラス表面には電荷が誘起される。その電荷が両極に蓄えられている電荷の効果を中和する。このため平板間の電圧を一定に保つにはその中和された電荷の分だけ余分に電荷が電源から供給される必要がある。同じ電圧で余分の電荷を蓄えられたので、静電容量が$\boxed{\ k\ }$したことになる。このような働きをするガラスなどの物質を$\boxed{\ \ell\ }$と呼ぶ。

（6）平面波の電場と磁場をそれぞれE[V/m]、H[A/m]とし、誘電率と透磁率をε[F/m]、μ[H/m]とすると、平面波は速度$\boxed{\ m\ }$[m/s]で伝搬する。進行方向に垂直な単位面積を単位時間あたりに通過するエネルギーは$\boxed{\ n\ }$[W/m^2]である。

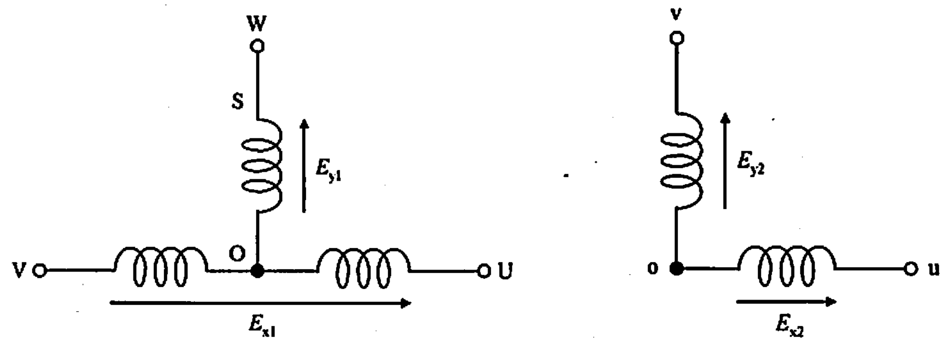
問題　１０　３相から２相への変圧器のスコット結線について考える。以下の問に答えよ。

（１）　２次側のｕ相とｖ相にRL直列負荷を接続したときの負荷電流、負荷電力を求めよ。

（２）　１次側の各相における電源電流、電源電力を求めよ。

（３）　２次側および１次側の電圧、電流の複素ベクトル線図を描け。

（４）　２次側の２相交流が平衡のとき、１次側の３相交流も平衡となることを示せ。



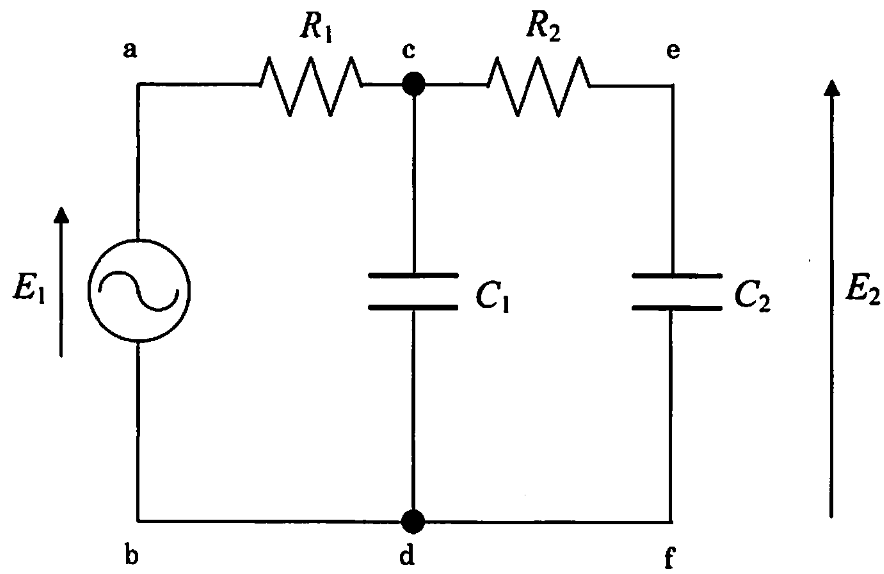
一次側　　　　２次側

問題　１１　２次 CR フィルターについて考える。以下の問に答えよ。

（１）　C_2 両端の電圧 E_2 を用いて電源両端の電圧 E_1 を表わせ。

（２）　ゲイン（E_2 と E_1 の絶対値の比）および位相（E_2 と E_1 の位相差）の周波数特性を図示せよ。遮断周波数を明示すること。

（３）　入力を矩形波とした場合の出力波形を計算し、概略を図示せよ。１次 CR フィルターの場合の出力波形との違いが分るように図示すること。



問題　１２　論理変数 a、b、c、f に対して、１を真、０を偽とする。以下の問に答えよ。

（１）　論理代数におけるド･モルガンの法則は３変数の場合以下のように表される。

$$\overline{a+b+c}=\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c},\quad \overline{a\cdot b\cdot c}=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}$$

ここで(+)及び(·)はそれぞれ論理和、論理積である。上記の関係を図表や式などを用いて説明せよ。

（２）　２入力 a、b と選択制御 c を持つマルチプレクサを設計する。このマルチプレクサの出力 f は選択制御 c が０であれば a、１であれば b となる。真理値表を作り f の論理式を論理和、論理積を用いて示せ。

（３）（２）においてマルチプレクサを NAND ゲートのみで示せ。

（４）以下のどれか一つについて 200 字程度で説明せよ。図表等を用いても良い。

i) マルチプレクサの応用
ii) 組み合わせ論理回路と順序論理回路
iii) エンコーダとデコーダ

材　料　科　学

（問題１３～問題１５）

問題 １３　ある金属 A に不純物 B が混合溶融している系がある。この A-B の状態図が図１に表されている。この系の冷却固化について以下の問に答えよ。

（１）B の濃度が C_0 における液体状態の混合物を一様にゆっくり冷却する。図１に示す T_1、T_2、T_3 の各温度での相の様子を描け。温度 T_2 については、各相の濃度、面積比を明記せよ。

（２）次に、図２に示す様に長さ ℓ の棒状の A-B の溶融物（B の濃度 C_0）を左端から徐々に冷却し、固化させることを考える。ここで、棒の左端を座標 x の原点とし、また、図３の様に固相線、液相線は直線で近似されるとする。

（i） B の濃度 C_L の液相から析出する固相の B 濃度を C_S とし、この比を k（$C_S / C_L = k$）とおく。この時、固相中の B の濃度 $C(x)$は、右端（$x \sim \ell$）付近を除き、

$$C(x) = kC_0(1-\frac{x}{\ell})^{k-1}$$

と表せることを示せ。ただし、液相中の B 濃度は均一とする。結果だけでなく、途中の計算も記すこと。

ヒント：座標 x まで固化が進みさらに微小領域 dx が固化するとき、固化時に液相から取り除かれる B の量は液相部分（ℓ - x）の B の変化量に等しい。

（ii）この式から固化した棒内の B の濃度を図示（横軸を x、縦軸を C）せよ。

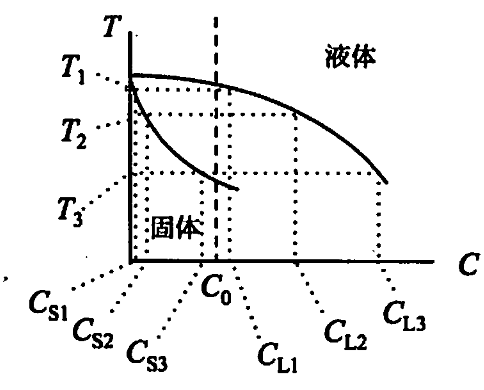


図１

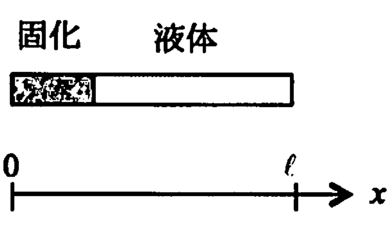


図２

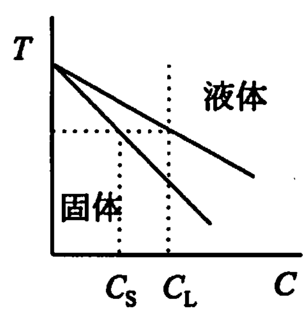


図３

問題 １４　固体内の自由電子に関する以下の問に答えよ。

（１）絶対温度 T で、あるエネルギー準位 ε を電子が占める確率は、下記のフェルミ・ディラック分布関数 f で表される。ただし、k はボルツマン定数である.

$$f(\varepsilon)=\frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT}+1}$$

この式に示された μ は何と呼ばれるか。また、その意味を簡単に説明せよ。

（２）関数 f を、横軸に ε をとり、２つの温度（T_1、T_2）について概略を描け。ただし、$0<T_1<T_2$ とする。

（３）3 次元固体内の電子の状態密度は、下記の状態密度関数 g で表される。ただし、h はプランク定数、m^* は電子の有効質量である。

$$g(\varepsilon)=\frac{2}{(2\pi)^2}\left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}$$

状態密度とは何か簡単に説明せよ。

（４）関数 g を縦軸に、ε を横軸にとり、概略を描け。

（５）電子が自由電子的な振舞をする金属についてエネルギーバンド図を描け。

（６）単位体積中の自由電子の数密度 n は下記の式で表される。

$$n=\int f(\varepsilon)g(\varepsilon)d\varepsilon$$

（５）のエネルギーバンド図に合わせて（ε の 軸方向を合わせて）、フェルミ・ディラック分布関数 f、状態密度関数 g を描き、電子の数密度 n を表す領域を示せ。ただし、温度は $T>0$ とする。

問題 １５　純鉄の性質に関して以下の問に答えよ。

（１）純鉄は温度により結晶構造が異なる。純鉄の様に温度を上昇或いは下降することにより可逆的に起こる変態の名称について答えよ。

（２）純鉄の温度を絶対零度から上昇させた場合、各変態点前後の結晶構造について説明し、各単位胞中に含まれる原子の数について答えよ。

（３）各変態点において、鉄原子の原子半径は変わらないと仮定して、各変態点における結晶構造での密度の違いについて説明せよ。

機械・エネルギー工学

（問題１６～問題１８）

問題 １６　カルノーサイクルは高温 T_H と低温 T_L の二つの熱源間で作動し、熱から仕事に転換する可逆熱サイクルであり、以下の過程からなる。作動流体を理想気体とし、比熱比を γ で表す。

１→２　断熱状態で気体を圧縮する。このとき、温度が T_L から T_H に変化し、比容積が V_1 から V_2 に変化する。

２→３　温度 T_H の等温状態で気体を膨張させる。このとき比容積が V_2 から V_3 に変化する。

３→４　断熱状態で気体を膨張させ、温度を T_H から T_L に変化させる。このとき比容積が V_3 から V_4 に変化する。

４→１　温度 T_L の等温状態で気体を圧縮し、V_4 からもとの気体の比容積 V_1 に戻す。

（１）上記サイクルの p-V（圧力−比容積）線図と T-S（温度･エントロピー）線図を書け。上の１、２、３、４の状態が、各図のどの地点に相当するかを示すこと。

（２）２→３の等温膨張時に熱源 T_H から熱を受け、外部になす仕事 L_{23} を p と V を使って表せ。このとき受ける熱量を q_H とする。

（３）４→１の等温圧縮時に熱源 T_L に熱を捨て、外部から受ける仕事 L_{41} を同様に p と V を使って表せ。このとき捨てる熱量を q_L とする。

（４）１→２、３→４の断熱圧縮、膨張時における V_1, V_2, V_3, V_4 間の関係を求めよ。

（５）L_{23} と L_{41} の差が正味の仕事量である。この仕事量と入熱 q_H との比が熱効率である。カルノーサイクルのエネルギー変換効率を T_H, T_L 等を使って求めよ。導出過程も示すこと。各状態の物理量については添字１、２、３、４を使って表すこと。

問題 １７　半径 a の球状固体内部で、単位時間単位体積あたり S_0 の熱量を均一に発熱しており、また固体表面において均一でかつ一定温度 T_0 に維持されている。定常状態において、次の設問に答えよ。

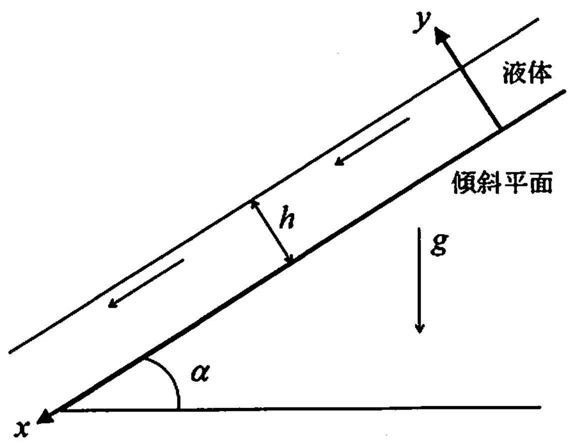
（１）固体内の半径 r の位置における熱流束 q_r と、温度勾配 $\partial T/\partial r$ との間の関係を表せ。球状固体の熱伝導率を k で表す。

（２）半径 r と $r+dr$ 間の球殻を通過する熱の微分収支式を求めよ。

（３）熱伝導率一定のもとで、（２）の熱の微分収支式を球状固体全体で解き、球体内部の定常状態温度分布を求めよ。

（４）球体内で現れる最高温度と球体の平均温度を求めよ。

問題　１８　下図のように幅の広い傾斜平面に沿って液体が膜状に層流で流下している。流れは十分発達した定常状態で、紙面垂直方向の流速は一様である。また、液表面は自由表面であり、外からの圧力は一様で膜の厚みは変化しない。傾斜角度をα、液膜の厚みをh、速度のx方向成分をu、せん断応力をτ、粘性係数をμ、液体の密度をρ、重力加速度をgとして、以下の問に答えよ。



（１）せん断応力τ、粘性係数μ、速度uのy方向の勾配du/dyの関係を式で示せ。

（２）流体微小体積における力の釣り合いを考え、せん断応力τのy方向の勾配$d\tau/dy$を表す式を示せ。

（３）せん断応力τのy方向分布を表す式を示せ。

（４）速度uのy方向分布を表す式を示せ。

（５）平均速度を$\bar{u}$、最大速度を$u_{\max}$とする。$\bar{u}=\dfrac{2}{3}u_{\max}$の関係があることを示せ。